

Barem de corectare CMAA 2026 Clasa a IX-a - Tehnologic

P1

a) $ 2x-1 = \begin{cases} 2x-1, x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1, x < \frac{1}{2} \end{cases}, x+3 = \begin{cases} x+3, x \geq -3 \\ -x-3, x < -3 \end{cases}$ și fixarea intervalelor de studiu.	5p
Pentru $x \in (-\infty, -3)$ avem $-2x+1-x-3=7 \Rightarrow x=-3 \notin (-\infty, -3)$; pentru $x \in \left[-3, \frac{1}{2}\right)$ obținem $-2x+1+x+3=7 \Rightarrow x=-3 \in \left[-3, \frac{1}{2}\right)$; pentru $x \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ avem $2x-1+x+3=7 \Rightarrow x=\frac{5}{3} \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$; Concluzie: $S = \left\{-3, \frac{5}{3}\right\}$	5p
b) $(\sqrt{n-1}-1)^2 = (\sqrt{n-1})^2 - 2 \cdot \sqrt{n-1} \cdot 1 + 1^2 = n-1-2\sqrt{n-1}+1 = n-2\sqrt{n-1}$	5p
$a = \sqrt{(\sqrt{2025}+1)^2} = \sqrt{2025}+1; b = \sqrt{(\sqrt{2025}-1)^2} = \sqrt{2025}-1; b-a = -2 \Rightarrow [b-a] = -2$	5p

P2

a) $11^4 = 11^2 \cdot 11^2 = 121 \cdot 121 = 14641; 12^5 = 12^2 \cdot 12^2 \cdot 12 = 144 \cdot 144 \cdot 12 = 20736 \cdot 12 = 248832$	5p
$11^4 + 12^5 = 14641 + 248832 = 263473 = 133 \cdot 1981 \Rightarrow (11^4 + 12^5):133.$	5p
b) $P(n): (11^{n+2} + 12^{2n+1}):133, \forall n \in \mathbb{N}^*$; Etapa de verificare $P(1): (11^3 + 12^3):133 \Leftrightarrow (1331 + 1728):133 \Leftrightarrow 3059:133$ adevărat pentru că $3059 = 133 \cdot 23$	5p
Etapa de demonstrație. Presupunem $P(k): (11^{k+2} + 12^{2k+1}):133$ adevărată pentru $\forall k \in \mathbb{N}^*$; scrierea lui $P(k+1): (11^{k+3} + 12^{2k+3}):133$	5p
$11^{k+3} + 12^{2k+3} = 11 \cdot 11^{k+2} + 12^2 \cdot 12^{2k+1} = 11 \cdot 11^{k+2} + 144 \cdot 12^{2k+1} =$ $= 11 \cdot 11^{k+2} + 11 \cdot 12^{2k+1} + 133 \cdot 12^{2k+1} = 11 \cdot (11^{k+2} + 12^{2k+1}) + 133 \cdot 12^{2k+1}$; folosirea lui $P(k)$ $M_{133} + M_{133} = M_{133}$. Deci $P(k+1)$ adevărată. Concluzia	5p

P3 S:L25.296

a) $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{5} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{5}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$	5p
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{-1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{-1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) = \frac{-1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} =$ $\frac{-1}{20}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}.$	5p
b) $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AD} = -4 \cdot \left(\frac{-1}{20}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}\right) = -4 \cdot \overrightarrow{MN} = 4 \cdot \overrightarrow{NM} \Rightarrow$	5p
$\overrightarrow{DN}$ și $\overrightarrow{NM}$ coliniari; Dreptele suport DN și MN coincid $\Rightarrow$ punctele D, N, M coliniare	5p

P4

a) Desen;	5p
$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{GM} &= \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BM} \\ \overrightarrow{GM} &= \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CM} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 \cdot \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \vec{0} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC};$ $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$	5p
b) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2 \cdot \overrightarrow{GM}$; Prin adunarea vectorului $\overrightarrow{GA} \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM}$	5p
Folosind $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM}$ și $\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{GA}$ obținem: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GA} = \vec{0}$	5p
Afirmația este adevărată; rezultanta forțelor aplicate asupra plăcii în punctul G fiind $\vec{0}$.	5p

